

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**(ФГБОУ ВО «ВГУ»)**

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
математического анализа  
 С.А. Шабров  
18.03.2025 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.16 Дифференциальные уравнения, неразрешённые относительно  
производной**

*Код и наименование дисциплины в соответствии с Учебным планом*

**1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:**  
01.04.04 Прикладная математика

**2. Профиль подготовки/специализация:** Применение математических методов  
к решению инженерных и экономических задач

**3. Квалификация (степень) выпускника:** магистр

**4. Форма образования:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра  
математического анализа

**6. Составители программы:**

Зубова Светлана Петровна, доктор физ.-мат. наук, доцент

**7. Рекомендована:** Научно-методическим Советом математического факультета  
протокол от 18.03.2025 №0500-03

**8. Учебный год:** 2026/ 2027

**Семестр:** 3

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

### *Цели изучения дисциплины:*

Овладение конкретными математическими знаниями, классическими и современными методами исследования, необходимыми для применения в практической и научной деятельности, для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования;

- интеллектуальное развитие студентов, совершенствование математического образования. Обеспечить прочное и сознательное овладение студентами системой математических знаний; - развить умения применять их при решении задач естествознания, сформировать устойчивый интерес к предмету; - выявить и развить математические способности, сориентировать на профессию.

### *Задачи дисциплины:*

Обеспечить прочное и сознательное овладение студентами системой математических знаний;

- развить умения применять их при решении задач естествознания, сформировать устойчивый интерес к предмету; - выявить и развить математические способности, сориентировать на профессию.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Учебная дисциплина «Дифференциальные уравнения, неразрешенные относительно производной» относится к обязательной части Блока 1.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения, неразрешенные относительно производной» является специальным курсом математического цикла дисциплин Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ФГОС ВО) по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» (магистратура).

Дисциплина «Дифференциальные уравнения, неразрешенные относительно производной» базируется на знаниях, полученных в рамках бакалавриата по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» и соответствующих математических дисциплин бакалавриата, использующих соответствующие методы.

Приобретенные в результате обучения знания, умения и навыки используются при решении задач, возникающих в исследовательской и практической деятельности.

Для успешного освоения дисциплины студенты должны владеть основными понятиями теории математического анализа, дифференциальных уравнений, функционального анализа.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:**

Код	Название компетенции	Коды	Индикаторы	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области прикладной математики	ОПК-1.1	Осуществляет поиск математических методов и умеет их использовать для решения прикладных задач	Знать: математические методы и уметь их использовать для решения прикладных задач
		ОПК-1.2	Владеет навыками решения актуальных проблем прикладной математики	Уметь: анализировать источники проблемных ситуаций в экспериментальной и исследовательской деятельности
		ОПК-1.3	Определяет и анализирует источники проблемных ситуаций в экспериментальной и исследовательской деятельности	Владеть: навыками решения актуальных проблем прикладной математики

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.(в соответствии с учебным планом) —4/144.**

**Форма промежуточной аттестации** зачет с оценкой

**13. Виды учебной работы**

Вид учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		№ семестра	№ семестра	...
Контактная работа				

в том числе:	лекции				
	практические				
	лабораторные				
	курсовая работа				
Самостоятельная работа					
Промежуточная аттестация: зачет с оценкой					
Итого:					

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Дифференциальные уравнения в банаховом пространстве, разрешённые относительно производной	Решение задачи Коши для линейных стационарных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений. Формула Коши.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001</a>
1.2	Необратимые операторы. Операторы, имеющие число ноль нормальным собственным числом	Ядро оператора, образ, дефектное пространство, кообраз, разложение пространства на подпространства, проекторы. Полуобратный оператор.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001</a>
1.3	Решение линейного уравнения в банаховом пространстве с оператором при неизвестной, имеющим число ноль нормальным собственным числом.	Эквивалентность линейного уравнения с оператором, имеющим число ноль нормальным собственным числом, системе уравнений в подпространствах.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001</a>
1.4	Регулярность операторного пучка	Условия обратимости пучка. Эквивалентность обратимости операторного пучка полноте жорданова набора элементов. Случай одномерного ядра оператора.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001</a>
1.5	Свойства	Расщепление	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001</a>

	регуляризованного оператора	дескрипторного уравнения на уравнения в подпространствах. Расщепление начального условия. Решение дифференциальных уравнений в подпространствах	=11001
1.6	Исследование разрешимости задачи Коши. Построение решения.	Условия существования и единственности решения задачи Коши. Решение задачи Коши в регулярном и нерегулярном случае.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001</a>
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Получение решений задачи Коши для линейных стационарных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений. Формула Коши.	Применение формулы Коши для решений линейных стационарных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001</a>
2.2	Построение подпространств и проекторов на них для операторов, имеющих число ноль нормальным собственным числом	Построение подпространств и проекторов на них для операторов, действующих в конечномерных пространствах. Построение полуобратного оператора.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001</a>
2.3	Расщепление дескрипторного уравнения на уравнения в подпространствах. Решение дифференциальных уравнений в подпространствах	Нахождение начальных условий в подпространствах. Решение дифференциальных уравнений в подпространствах.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001</a>
2.4	Свойства элементов жордановых цепочек	Построение элементов жордановых цепочек	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001</a>
2.5	Регулярность операторного пучка	Проверка регулярности операторного пучка для конкретных операторов.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001</a>

2.6	Исследование разрешимости задачи Коши. Построение решения.	Решение задачи Коши в регулярном и нерегулярном случае для конкретных уравнений.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001</a>
-----	--	--	---

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Дифференциальные уравнения в банаховом пространстве, разрешённые относительно производной	2	4		20	26
2	Операторы, имеющие число 0 нормальным собственным числом	5	3		20	28
3	Решение линейного уравнения в банаховом пространстве с необратимым оператором при неизвестной	3	5		14	22
4	Регулярность операторного пучка	3	1		14	18
5	Свойства регуляризованного оператора	4	4		14	22
6	Исследование разрешимости задачи Коши. Построение решения.	5	5		18	28
	Итого:	22	22		100	144

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются задачи по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Дифференциальные уравнения, неразрешенные относительно производной» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

3. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий (лекций и практических занятий) и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность в семестрах, на которую отводится 100 часов.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Дифференциальные уравнения, неразрешенные относительно производной» предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам лекционных и практических занятий (приведены выше), самостоятельное освоение понятийного аппарата и подготовку к текущим аттестациям (коллоквиумам и выполнению практических заданий) (примеры см. ниже).

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной работы и практических заданий) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (зачет с оценкой).

В случае необходимости перехода на дистанционный режим обучения используется электронный курс «Дифференциальные уравнения, неразрешенные относительно производной» (URL: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001>) на портале «Электронный университет ВГУ».

**15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)**

**а) основная литература:**

№ п/п	Источник
1	<a href="http://lib.kgeu.ru/cgi-bin/irbis64r_72/cgiirbis_64.exe?Z21ID=&amp;I21DBN=BIB&amp;P21DBN=BIB&amp;S21STN=1&amp;S21REF=10&amp;S21FMT=fullw&amp;C21COM=S&amp;S21CNR=20&amp;S21P01=0&amp;S21P02=0&amp;S21P03=M&amp;S21COLORTERMS=0&amp;S21STR=">Мальцев, И. А. <a href="http://lib.kgeu.ru/cgi-bin/irbis64r_72/cgiirbis_64.exe?Z21ID=&amp;I21DBN=BIB&amp;P21DBN=BIB&amp;S21STN=1&amp;S21REF=10&amp;S21FMT=fullw&amp;C21COM=S&amp;S21CNR=20&amp;S21P01=0&amp;S21P02=0&amp;S21P03=M&amp;S21COLORTERMS=0&amp;S21STR=">http://lib.kgeu.ru/cgi-bin/irbis64r_72/cgiirbis_64.exe?Z21ID=&amp;I21DBN=BIB&amp;P21DBN=BIB&amp;S21STN=1&amp;S21REF=10&amp;S21FMT=fullw&amp;C21COM=S&amp;S21CNR=20&amp;S21P01=0&amp;S21P02=0&amp;S21P03=M&amp;S21COLORTERMS=0&amp;S21STR=</a>Линейная алгебра [Электронный ресурс] / И. А. Мальцев. – М. : Лань, 2010. - 384 с. - ISBN 978-5-8114-1011-8 : Б. ц. : <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=610">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=610</a></a>
2	<a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3173">Будаев, Виктор Дмитриевич</a> . Математический анализ : : учебник / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон ; В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон .— Москва : Лань, 2012 .— 544 с. : ил. ; 22 см. — Допущено Учебно-методическим объединением по направлениям педагогического образованию Министерства образования и науки РФ в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 050200 — «Физико-математическое образование». — Предм. указ.: с. 532-536 .— Имен. указ.: с. 537 .— Библиогр.: с. 531 .— ISBN 978-5-8114-1186-3 .— <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3173">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3173</a>
3	Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа [Текст] :. — Москва: Лань, 2009. — 272 с.. — Классическая учебная литература по математике— ISBN 978-5-8114-0976-. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=245">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=245</a>
4	<a href="http://biblioserver.usurt.ru/cgi-bin/irbis64r_13/cgiirbis_64.exe?LNG=&amp;Z21ID=&amp;I21DBN=LAN&amp;P21DBN=LAN&amp;S21STN=1&amp;S21REF=10&amp;S21FMT=fullweb&amp;C21COM=S&amp;S21CNR=20&amp;S21P01=0&amp;S21P02=0&amp;S21P03=M&amp;S21STR=">Демидович, Б. П. <a href="http://biblioserver.usurt.ru/cgi-bin/irbis64r_13/cgiirbis_64.exe?LNG=&amp;Z21ID=&amp;I21DBN=LAN&amp;P21DBN=LAN&amp;S21STN=1&amp;S21REF=10&amp;S21FMT=fullweb&amp;C21COM=S&amp;S21CNR=20&amp;S21P01=0&amp;S21P02=0&amp;S21P03=M&amp;S21STR=">http://biblioserver.usurt.ru/cgi-bin/irbis64r_13/cgiirbis_64.exe?LNG=&amp;Z21ID=&amp;I21DBN=LAN&amp;P21DBN=LAN&amp;S21STN=1&amp;S21REF=10&amp;S21FMT=fullweb&amp;C21COM=S&amp;S21CNR=20&amp;S21P01=0&amp;S21P02=0&amp;S21P03=M&amp;S21STR=</a> Дифференциальные уравнения / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. - Москва : Лань, 2008. - 288 с. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0677-7 : Б. ц.: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=126">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=126</a></a>

**б) дополнительная литература:**

№ п/п	Источник
5	Линейные и нелинейные уравнения Соболевского типа / А.Б. Альшин и др. – М. : Физматлит, 2007. – 735 с.
6	Дифференциальные уравнения, неразрешённые относительно производной : учебно-методическое пособие для вузов / сост. С.П. Зубова. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2012. – 25 с.
7	Зубова С.П. Решение однородной задачи Коши для уравнения с нётеровым оператором при производной / С.П. Зубова // Доклады РАН. – 2009. – Т. 428, № 4. – С. 444–446.

**в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:**

№ п/п	Ресурс
8	Уравнения, неразрешённые относительно производной

	<a href="http://webmath.exponenta.ru/bsd/book/mater/mater_NRP.htm">http://webmath.exponenta.ru/bsd/book/mater/mater_NRP.htm</a>
9	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – ( <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http // www.lib.vsu.ru/</a> )
10	Google, Yandex, Rambler

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы** (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Дифференциальные уравнения, неразрешённые относительно производной : учебно-методическое пособие для вузов / сост. С.П. Зубова. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2012. – 25 с.

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)**

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, установление межпредметных связей, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале, актуализация личного и учебно-профессионального опыта обучающихся, включение элементов дистанционных образовательных технологий.

В практической части курса используется стандартное современное программное обеспечение персонального компьютера.

В части освоения материала лекционных и лабораторных занятий, самостоятельной работы по отдельным разделам дисциплины, прохождения текущей и промежуточной аттестации может применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии, в частности, электронный курс «Дифференциальные уравнения, неразрешенные относительно производной» (URL: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11001>) на портале «Электронный университет ВГУ».

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Учебная аудитория, специализированная мебель.

**19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Дифференциальные уравнения в банаховом пространстве, разрешённые	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	КИМ (контрольная работа),

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	относительно производной			
2	Необратимые операторы. Операторы, имеющие число ноль нормальным собственным числом	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	КИМ (контрольная работа),
3	Решение линейного уравнения в банаховом пространстве с оператором при неизвестной, имеющим число ноль нормальным собственным числом.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	КИМ (контрольная работа),
4	Регулярность операторного пучка	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	КИМ (контрольная работа), КИМ (зачет)
5	Свойства регуляризованного оператора	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	КИМ (контрольная работа), КИМ (зачет)
6	Исследование разрешимости задачи Коши. Построение решения.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	КИМ (контрольная работа), КИМ (зачет)
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет с оценкой _____				Перечень вопросов к зачету, КИМ (зачет)

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета.

Текущая аттестация проводится в форме контрольных работ, содержание которых приведено ниже.

## КИМ (контрольная работа)

### КИМ №1

1. Построить проектор на ядро оператора  $R^3 \rightarrow R^3$ , задаваемого матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Построить разложение пространства  $R^3$  с помощью оператора, задаваемого матрицей

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

на образ оператора и его коядро.

### КИМ №2

1. Выделить ядро оператора  $R^3 \rightarrow R^3$ , задаваемого матрицей

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Выделить коядро оператора  $R^3 \rightarrow R^3$ , задаваемого матрицей

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем заданий и предлагается решить данные задания. В ходе выполнения заданий нельзя пользоваться средствами связи (включая сеть Интернет) и любыми печатными материалами, ограничение по времени — 90 астрономических минут.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено», «не зачтено».

Для оценивания результатов каждой контрольной работы используется **шкала**: «зачтено», «не зачтено».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
При выполнении контрольной работы студент продемонстрировал в достаточной мере: знание имеющихся ресурсов для решения прикладных математических задач, умение использовать стандартные пакеты программного обеспечения для решения типовых математических задач, владение навыками хранения, поиска, сбора, систематизации, обработки и использования информации.	Достаточный уровень	Зачтено
При выполнении контрольной работы студент не продемонстрировал в достаточной мере: знание имеющихся ресурсов для решения прикладных математических задач, умение использовать стандартные пакеты программного обеспечения для решения типовых математических задач, владение навыками хранения, поиска, сбора, систематизации, обработки и использования информации.	–	Не зачтено

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация 3 семестре по дисциплине осуществляется в форме собеседования по КИМ(зачет) с помощью ниже приведенных оценочных средств (перечень вопросов к зачету). В билет включаются один теоретический вопрос и два практических.

### Перечень вопросов к зачету:

1. Решение задачи Коши для линейных стационарных однородных дифференциальных уравнений.
2. Решение задачи Коши для линейных стационарных неоднородных дифференциальных уравнений. Формула Коши.
3. Свойства оператора, имеющего число 0 нормальным собственным числом.
4. Решение линейного уравнения в банаховом пространстве с необратимым оператором при неизвестной.
5. Разложение пространства на подпространства с помощью оператора, имеющего число 0 нормальным собственным числом.
6. Эквивалентность линейного уравнения с необратимым оператором системе уравнений в подпространствах.
7. Решение дифференциальных уравнений в подпространствах.
8. Регулярность операторного пучка. Условия обратимости пучка.

9. Эквивалентность обратимости операторного пучка полноте жорданова набора элементов.

10. Условия существования и единственности решения задачи Коши.

11. Решение задачи Коши в регулярном случае.

12. Решение задачи Коши в нерегулярном случае.

### КИМ (зачет)

#### КИМ №1

1. Решение задачи Коши в регулярном случае.

2. При каких значениях параметра  $b$  решение начальной задачи

$$A \frac{dx}{dt} = B x(t)$$

существует и единственно, если операторы  $A$  и  $B$  заданы матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 0 & b & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}?$$

3. Единственно ли решение начальной задачи для уравнения

$$A \frac{dx}{dt} = B x(t),$$

если операторы  $A$  и  $B$  заданы матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

#### КИМ №2

1. Условия существования и единственности решения задачи Коши.

2. При каких начальных условиях существует решение задачи для уравнения

$$A \frac{dx}{dt} = B x(t),$$

если операторы  $A$  и  $B$  заданы матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} ?$$

3. При каких значениях параметра  $a$  решение начальной задачи

$$A \frac{dx}{dt} = B x(t)$$

существует и единственно, если операторы  $A$  и  $B$  заданы матрицами

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} ?$$

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

знание основных положений теории возмущения операторов; теории дифференциальных уравнений, неразрешенных относительно старшей производной, основные постановки задач для уравнений с необратимыми операторами;

умение применять методы теории дифференциальных уравнений, спектральной теории, корректно поставить задачу для дифференциальных уравнений;

владение навыками исследования задач с необратимым оператором при производной, методами моделирования дескрипторных процессов.

Для оценивания результатов обучения на зачете с оценкой используются оценки: отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно. Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся владеет знаниями основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляется с выполнением заданий,	Высокий уровень	Отлично

<p>предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Дополнительным условием получения оценки «отлично» и «хорошо» могут стать соответствующие успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на лекционных и практических занятиях.</p>		
<p>Обучающийся достаточно владеет основами учебно-программного материала, обнаруживает принципиальные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала Допущенные незначительные ошибки исправляет с помощью наводящих вопросов.</p>	Хороший уровень	Хорошо
<p>Допускает ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, но может ответить на многие дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.</p>	Средний уровень	Удовлетворительно
<p>Допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.</p>	Низкий уровень	Неудовлетворительно

**20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ**

**1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):**

1. Все ли необратимые операторы имеют число ноль нормальным собственным числом:

- 1) все;
- 2) не все?

**Ответ:** не все.

2. Какие цепочки используются для определения единственности или неединственности решения начальной задачи для дескрипторного уравнения:

- 1) цепочки Маркова;
- 2) цепочки Жордана;
- 3) цепочки Дирихле?

**Ответ:** цепочки Жордана.

3. Все ли необратимые операторы имеют число ноль собственным числом:

- 1) все;
- 2) не все?

**Ответ:** все.

4. Какой операторный пучок применяется для определения единственности или неединственности решения начальной задачи для дескрипторного уравнения:

1.  $(A - \lambda B)$ ;
2.  $(B - \lambda I)$ ;
3.  $(A - \lambda I)$ ?

**Ответ:**  $(A - \lambda B)$ .

5. При каких начальных значениях существует решение задачи Коши для системы

$$x_1' - x_2' = x_1(t) - 2x_2(t),$$

$$x_1' - 2x_2' + x_3' = x_2(t) + x_3(t),$$

$$2x_1' - 3x_2' + x_3' = x_1(t) + x_3(t)?$$

При начальных значениях, удовлетворяющих условию

$$1) 2x_1(0) - x_2(0) + 2x_3(0) = 0$$

или

$$2) x_1(0) + 2x_2(0) - x_3(0) = 0$$

?

**Ответ:** верный ответ первый.

**2) закрытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):**

1. Что такое корневое подпространство для необратимого оператора?

**Ответ:** это линейная оболочка собственных и присоединенных к ним элементов, если их конечное количество.

2. Как определяется единственность или неединственность решения

начальной задачи для уравнения  $A \frac{dx}{dt} = Bx(t)$ ,  $A - 0$  н.с.ч, с помощью

свойств операторного пучка?

**Ответ:** решение начальной задачи для данного уравнения единственно тогда и только тогда, когда операторный пучок обратим при достаточно малых  $\lambda$ , отличных от нуля.

3. Как определяется единственность или неединственность решения

начальной задачи для уравнения  $A \frac{dx}{dt} = Bx(t)$ ,  $A - 0$  н.с.ч, с помощью

цепочек присоединенных элементов?

**Ответ:** решение начальной задачи для данного уравнения единственно тогда и только тогда, когда цепочки  $B$ -присоединенных элементов для  $A$  конечны.

4. Существует ли ненулевое решение начальной задачи для уравнения

$A \frac{dx}{dt} = Bx(t)$ ,  $A - 0$  н.с.ч, если вектор начального условия принадлежит

корневому подпространству оператора  $(A - \lambda B)^{-1} \cdot A$ ,  $\lambda \in U(0) \cap \mathbb{C}$ ?

**Ответ:** не существует.

5. Если оператор  $A : E \rightarrow E$ ,  $E$  - банахово пространство, и  $A$  имеет число ноль нормальным собственным числом, то  $E = M \oplus N$ . Опишите подпространство  $M$ .

**Ответ:**  $M$  - линейное, инвариантное относительно оператора  $A$  подпространство, такое, что сужение  $A$  на  $M$  имеет ограниченный обратный оператор.

6. Если оператор  $A : E \rightarrow E$ ,  $E$  - банахово пространство, и  $A$  имеет число ноль нормальным собственным числом, то в каком подпространстве лежат

все решения задачи Коши для уравнения  $A \frac{dx}{dt} = Bx(t)$ ?

**Ответ:** в прямом дополнении к корневому подпространству.

7. Разрешима ли задача

$$\begin{aligned} x_1' + x_2' &= x_1(t) - 3x_2(t), \\ x_1' + x_3' &= x_2(t) + 2x_3(t), \\ 2x_1' + x_2' - x_3' &= x_1(t) + x_3(t) \end{aligned} \quad x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} ?$$

**Ответ:** нет, поскольку  $x(0) \in \text{Ker } A$ .

8. Какая связь между порядком полюса оператора  $A - \lambda B$  ( $A: E \rightarrow E$ ,  $E$  - банахово пространство, и  $A$  имеет число ноль нормальным собственным числом) и длинами цепочек  $B$  - присоединенных элементов для  $A$  ?

**Ответ:** порядок полюса равен длине цепочки  $B$  - присоединенных элементов для  $A$ .

9. Каково решение начальной задачи для уравнения  $A \frac{dx}{dt} = Bx(t)$ ,  $A - 0$

н.с.ч, если вектор начального условия принадлежит корневому подпространству оператора  $(A - \lambda B)^{-1} \cdot A$ ,  $\lambda \in U(0) \cap C$  ?

**Ответ:** решение тождественно нулевое.

10. Единственно ли решение задачи для уравнения  $A \frac{dx}{dt} = Bx(t)$ ,  $A$  -

обратимый ограниченный оператор, с условием  $x(0) = x_0$  ?

**Ответ:** единственно.